

線形代数学 演習問題 (1) ベクトルの演算

担当: 金丸隆志

学籍番号: _____ 氏名: _____

問題 1

$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $c = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ のとき、以下を計算せよ。

- (1) $(a + b) + c$ (2) $a + (b + c)$ (3) $3a - b + 2c$ (4) $4a - 4b + 4c$

[解答]

$$(1) \begin{pmatrix} 1-2 \\ 3+1 \\ -2+2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (2) \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2+4 \\ 1-1 \\ 2+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

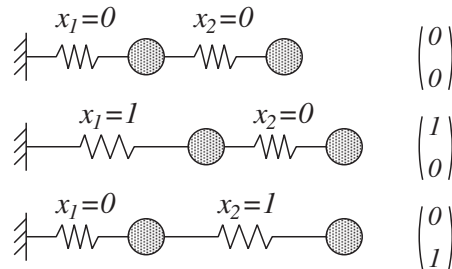
((1) と (2) はもちろん同じ答えになるのだが、初めてなので丁寧に確認してもらった)

$$(3) \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix} \quad (4) \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 16 \\ -4 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}$$

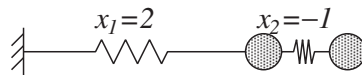
問題 2

講義で触れたように、2つのばねとおもりがつながれた系は、それぞれのばねの伸びを x_1, x_2 として、ベクトル $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ で表すことが出来る。さらに、「ばね 1 だけが 1 伸びた状態 ($x_1 = 1, x_2 = 0$)」および「ばね

2 だけが 1 伸びた状態 ($x_1 = 0, x_2 = 1$)」は基本ベクトル $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ である。このとき、「ば



ね 1 が 2 伸び、ばね 2 が 1 縮んだ状態 $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ を基本ベクトル e_1, e_2 を用いて表せ。



[解答] $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = 2e_1 - e_2$

このように、あるシステムの状態を、複数の状態 (ここでは e_1 と e_2) の重ね合わせ (あるいは線形和) で表すことはしばしばある。今後の線形代数の講義では、複数のベクトルの線形和 (加算とスカラー積の組合せ) がしばしば登場することに注意しよう。