

ベクトル解析演習 演習問題 (8) 線積分と面積分 (問題編)

担当: 金丸隆志

学籍番号: \_\_\_\_\_ 氏名: \_\_\_\_\_

[問題 1] スカラー場の線積分 (1)

$t$  をパラメータとした曲線  $\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \\ 0 \end{pmatrix}$  (ただし

$0 \leq t \leq 1$ ) を考える。これが  $xy$  平面上の放物線の一部であることはわかるであろう。この曲線に沿ったスカラー場  $\phi(x, y, z) = x$  の線積分を求めよ。

[問題 3] ベクトル場の線積分

$t$  をパラメータとした曲線  $\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ t \end{pmatrix}$  (ただし

$0 \leq t \leq 1$ ) を考える。この曲線に沿ったベクトル場  $\mathbf{A}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \sin^2 \pi z \end{pmatrix}$  の線積分を求めよ。

[問題 2] スカラー場の線積分 (2)

$t$  をパラメータとした曲線  $\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} a \cos t \\ a \sin t \\ bt \end{pmatrix}$  (ただ

し  $0 \leq t \leq 1$ ) を考える。ただし、 $a, b$  は正の定数とする。これは数学演習 IV (1) で取り扱った螺旋である。この曲線に沿ったスカラー場  $\phi(x, y, z) = z$  の線積分を求めよ。