

ベクトル解析演習 演習問題 (3) ベクトル関数 (問題編)

担当: 金丸隆志

学籍番号:

氏名:

[問題 1] 等速直線運動

時刻  $t$  を変数としたベクトル関数  $\mathbf{r}(t)$  が

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} 1 + 3t \\ 2 + 5t \\ 4 + 2t \end{pmatrix} \text{ で与えられるとき、} \mathbf{r}(t) \text{ の微分}$$

$\mathbf{r}'(t)$  を求めよ。

[問題 3] 回転運動

時刻  $t$  を変数としたベクトル関数  $\mathbf{r}(t)$  が

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 2 \sin t \\ 0 \end{pmatrix} \text{ であるとき、以下の間に答えよ。}$$

(a)  $\mathbf{r}'(t)$  を計算せよ。

(b)  $\mathbf{r}(t)$  と  $\mathbf{r}'(t)$  の内積  $\mathbf{r}(t) \cdot \mathbf{r}'(t)$  を計算せよ。また、この結果は何を意味するか考察せよ。

[問題 2] 一様重力下での投げ上げ (等加速度運動)

時刻  $t$  を変数としたベクトル関数  $\mathbf{r}(t)$  が

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} 1 + t \\ t \\ 2t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix} \text{ で与えられるとき、以下の問}$$

に答えよ。ただし、 $g$  は定数のスカラー量である。

(a)  $\mathbf{r}(t)$  の微分  $\mathbf{r}'(t)$  を求めよ。

(b)  $\mathbf{r}(t)$  の二階微分  $\mathbf{r}''(t)$  を求めよ。

(c) いま、(a)、(b) で求めた二つのベクトルを  $\mathbf{r}'(t) = \mathbf{v}(t)$ 、 $\mathbf{r}''(t) = \mathbf{g}$  と書くことにする (正しく計算できていれば  $\mathbf{g}$  には時間依存性はないはずである)。ここで  $E = \frac{1}{2}|\mathbf{v}(t)|^2 - \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}(t)$  を計算せよ (絶対値計算と内積計算を定義通り行うこと!)。また、この計算の結果  $E$  は時刻  $t$  の変化とともにどう変化するか論ぜよ。