

フーリエ変換演習 演習問題 (5) 複素フーリエ級数展開を学ぶための準備 2 (問題編)

担当: 金丸隆志

学籍番号: _____ 氏名: _____

[問題 1] 複素数の極形式

以下の複素数 $z = x + iy$ を極形式 $z = re^{i\theta}$ に変換せよ。なお、 r と θ は実数である。

- (a) $1 + i$ (b) $-1 + i$
 (c) $1 - \sqrt{3}i$ (d) $3 + 4i$

[問題 2] 分母にある虚数単位の処理

以下の複素数を、 $z = x + iy$ の形に変形せよ。

- (a) $\frac{2}{1-i}$ (b) $\frac{1}{i}$

[問題 3] 複素数 $e^{i\theta}$ の微分・積分

指数関数の微分・積分の公式

$$\frac{d}{dt}e^{at} = ae^{at}, \quad \int e^{at} dt = \frac{1}{a}e^{at} + C$$

は指数関数の肩に虚数単位 i が含まれていても成り立つ。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}e^{iat} &= iae^{iat} \\ \int e^{iat} dt &= \frac{1}{ia}e^{iat} + C = -\frac{i}{a}e^{iat} + C \end{aligned}$$

などの計算ができる。なお、最後の変形では **[問題 2]** で取り扱ったように分子分母に虚数単位 i (または $-i$) をかけていることに注意しよう。これらをもとに、以下の微分および定積分を計算せよ。なお、(b) では演習問題 (4) **[問題 5]** の結果も用いるので復習すること。また、 e^0 の値にも注意すること。

- (a) $\frac{d}{dt}e^{i\frac{2\pi n t}{T}}$
 (b) $\int_0^T e^{i\frac{2\pi n t}{T}} dt$