

フーリエ変換演習 演習問題 (2) フーリエ級数展開の例 (補足編)

担当: 金丸隆志

学籍番号: _____ 氏名: _____

[補足 1] 三角関数の積分

演習問題 (1) [問題 3] で復習した以下の計算を多用する。

$$\int \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt = \frac{T}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + C \quad (1)$$

$$\int \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt = -\frac{T}{2\pi n} \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + C \quad (2)$$

誤答例として、 $\frac{T}{2\pi nt}$ のように係数に t を含んでしまっているのがあった。 t は被積分変数であるから前には出ない点に注意。

なお、あたかも公式のように書いてしまったが、実際に覚えるなら汎用性が高い以下の形の方が良いだろう。

$$\int \cos(at) dt = \frac{1}{a} \sin(at) + C \quad (3)$$

$$\int \sin(at) dt = -\frac{1}{a} \cos(at) + C \quad (4)$$

[補足 2] 積分区間の分割

$$\int_a^b g(t) dt = \int_a^c g(t) dt + \int_c^b g(t) dt \quad (5)$$

[補足 3] 角度と \cos 、 \sin の関係

図 1 の単位円を観察しよう。すると、整数 n に対して

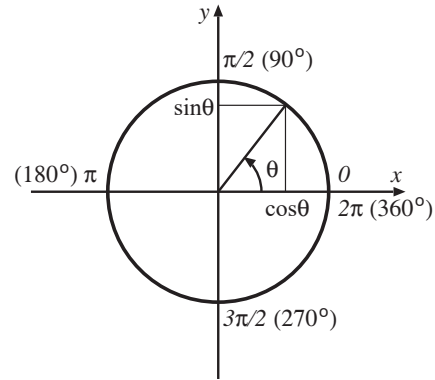


図 1: 角度と \cos 関数、 \sin 関数の関係

\cos 、 \sin に関する以下の関係がわかる。

$$\cos 2n\pi = 1 \quad (6)$$

$$\sin 2n\pi = 0 \quad (7)$$

$$\cos n\pi = (-1)^n \quad (8)$$

$$\sin n\pi = 0 \quad (9)$$

を用いている。単位円とこれらの公式はこれから何度も登場するので慣れておこう。

もちろん、以下の関係も図から読み取れるはず。

$$\cos 0 = 1 \quad (10)$$

$$\sin 0 = 0 \quad (11)$$