

## ベクトル解析演習 演習問題 (4) ベクトル関数の積分と空間曲線の長さ (問題編)

担当: 金丸隆志

学籍番号:

氏名:

## [問題 1] ベクトル関数の積分

重力加速度ベクトル  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$  の元で、質量  $m$  のボールをある方向に投げ上げたときの運動方程式は、ボールの位置ベクトルを  $\mathbf{r}(t)$  として

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}(t)}{dt^2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

である。物体の初期位置ベクトルを  $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ 、

初速度ベクトルを  $\mathbf{v}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$  としたとき、時刻  $t$  におけるボールの位置ベクトル  $\mathbf{r}(t)$  の成分を求めよ (ボールが地面にぶつかる時刻までの式のみで良い)。

## [問題 2] らせんの長さ

位置ベクトル  $\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} a \cos t \\ a \sin t \\ bt \end{pmatrix}$  が時刻  $t = 0$  から時刻  $t = T$  までに描く曲線の長さ  $s$  を求めよ ( $a > 0$ )。

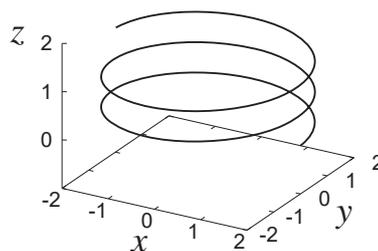


図 1:  $a = 2$ 、 $b = 0.1$  の場合のらせんの図。問題を解く場合は  $a$ 、 $b$  の文字を用いたまま解くこと。