## フーリエ変換演習 演習問題 (8) フーリエ変換の計算 (補足編)

担当: 金丸隆志

学籍番号: ______________ 氏名: ______________

**[補足 1] フーリエ変換の定義**

演習問題 (6) で学んだ複素フーリエ級数展開の定義は以下のようであった。

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T g(t)e^{-i\frac{2\pi nt}{T}}dt \quad (1)$$

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\frac{2\pi nt}{T}} \quad (2)$$

(1) 式が複素フーリエ係数 $c_n$ を計算する式であり、(2) 式が複素フーリエ級数展開を表しているが、これは周期 $T$ の周期信号 $g(t)$ を周期 $T/n$ をもつ振動 $e^{i2\pi nt/T}$ に分解するのであった。

ここで、周期 $T$ に対して $T \to \infty$ の極限を取ることで、非周期信号 $g(t)$ にも適用可能な**フーリエ変換**が導かれる (詳細は教科書参照)。

フーリエ変換の定義は以下の通りである。

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-2\pi ift}dt \quad (3)$$

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)e^{2\pi ift}df \quad (4)$$

(3) 式が**フーリエ変換**と呼ばれ、(4) 式が**逆フーリエ変換**と呼ばれる。(1) 式と (3) 式、および (2) 式と (4) 式とが対応していることが式の形から分かるだろうか。さらに、複素フーリエ係数 $c_n$ に対応するのがフーリエ変換 $G(f)$ であることもわかる。

(2) 式では周期 $T$ の信号 $g(t)$ を周期 $T/n$ の周期信号に分解しているが、(4) 式では周期を持たない非周期信号 $g(t)$ を周波数 $f$ の周期信号に分解しており、その分解が和から積分になっている。

つまり、(2) 式では周波数 $f = 1/(T/n) = n/T$ は整数 $n$ に応じた飛び飛びの値のみであったが、(4) 式では周波数 $f$ は連続量になるということが重要である。