

フーリエ変換演習 演習問題 (6) 複素フーリエ級数展開 (問題編)

担当: 金丸隆志

学籍番号:

氏名:

[問題 1] 矩形波の複素フーリエ級数展開

図 1 の矩形波は、 $0 \leq t < T/2$ で $g(t) = 1$ 、 $T/2 \leq t < T$ で $g(t) = -1$ と書ける関数である。

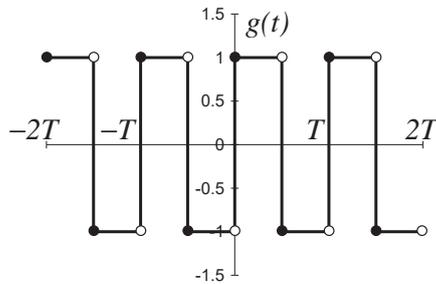


図 1: 周期 T の矩形波

[補足 1] (2) 式の定義に基づき、矩形波の複素フーリエ係数 c_n を計算せよ。

計算の過程において、[補足 2]、[補足 3]、演習問題 (4) [問題 5] などが関連する。

[問題 2] c_n と a_n 、 b_n の関係

複素フーリエ係数 c_n からフーリエ係数 a_n 、 b_n を導くことができる。すなわち、フーリエ級数展開と複素フーリエ級数展開は数学的に等価ということである。

[補足 4] (3) 式を用いて、[問題 1] で求めた c_n から a_n 、 b_n を計算せよ。そして、その結果が演習問題 (2) で求めた a_n と b_n とに等しいことを確認せよ。

[問題 3] 複素フーリエ係数 c_n の理解

[補足 5] の解説の通り、複素フーリエ係数 c_n は周期 T/n である振動 $e^{i2\pi nt/T}$ がどの程度信号 $g(t)$ に含まれているかを表すと考えれば良い。[問題 1] で求めた矩形波の複素フーリエ係数 c_n に対して以下の問に答えよ。

(a) $|c_n|$ を計算せよ
(b) $|c_n|$ を n ($-\infty < n < \infty$) に関する棒グラフとして表せ。