

パルスニューラルネットワークが見せる同期振動の相互作用形態依存性

The dependence of synchronized oscillations in pulse neural networks on the forms of interactions

金丸 隆志 (PY), 関根 優年

Takashi Kanamaru(PY), Masatoshi Sekine

東京農工大学 工学部 電気電子工学科

kanamaru@sekine-lab.ei.tuat.ac.jp

Abstract— The synchronized oscillations in globally connected active rotators are analyzed with the Fokker-Planck equation. Three forms of interactions, namely, waveform-coupling, pulse-coupling, and exponential-coupling are considered, and their results are compared.

Keywords— pulse neural network, oscillation, synchronization, chaos, Fokker-Planck equation

1 モデル

興奮性素子集団 $\theta_E^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, N_E$) および抑制性素子集団 $\theta_I^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, N_I$) からなる全結合 active rotator 系を考える [1, 2].

$$\begin{aligned} \tau_E \dot{\theta}_E^{(i)} = & 1 - a \sin \theta_E^{(i)} + \xi_E^{(i)}(t) \\ & + I_{EE}(t) - I_{EI}(t), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tau_I \dot{\theta}_I^{(i)} = & 1 - a \sin \theta_I^{(i)} + \xi_I^{(i)}(t) \\ & + I_{IE}(t) - I_{II}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\langle \xi_X^{(i)}(t) \xi_Y^{(j)}(t') \rangle = D \delta_{ij} \delta_{XY} \delta(t - t'), \quad (3)$$

$$X, Y = E \text{ or } I.$$

active rotator は $a > 1$ のとき安定平衡点を持つ興奮系であり、このとき単位円の垂直軸方向の運動 $-\sin(\theta^{(i)}(t)) + 1/a$ を観察すると、ランダムな揺動に対してパルス状の応答を見せる。本研究では active rotator をパルスニューロンのモデルとして採用する。active rotator は leaky integrate-and-fire モデルに比べ、その Fokker-Planck 方程式が少ない項数で安定して数値積分できるなどの利点があり、パルスニューラルネットワークの力学的挙動を解析するツールとして有用であると考えている。

素子集団 Y から素子集団 X への相互作用 $I_{XY}(t)$ は

$$I_{XY}(t) = \frac{g_{XY}}{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} (-\sin \theta_Y^{(j)} + 1/a), \quad (4)$$

$$I_{XY}(t) = \frac{g_{XY}}{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} \sum_k \delta(t - t_k^{(j)}), \quad (5)$$

$$I_{XY}(t) = \frac{g_{XY}}{N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} \sum_k \exp((t - t_k^{(j)})/\kappa_Y), \quad (6)$$

の 3 つを考える ($X, Y = E$ or I)。ただし、 $t_k^{(j)}$ は素子 j の k 番目の発火時刻である。(4) 式はパルス波形を次の素子への入力とする結合で、以下 waveform-coupling と呼ぶ。さらに、(5), (6) 式をそれぞれ pulse-coupling, exponential-coupling と呼ぶことにする。また、パラメータ数を減らすため、以下 $g_{EE} = g_{II} \equiv g_{int}$, $g_{EI} = g_{IE} \equiv g_{ext}$ とする。さらに $a = 1.05$ に固定する。

waveform-coupling による active rotator 結合系に対する解析は先行研究 [1, 2] でなされているが、同期同期振動に加え、同期カオス振動 (図 1(a)) や弱い同期同期振動 (図 1(b)) など、生体との関連から興味深い力学状態が多く見つかっている。active rotator は 1 次元力学

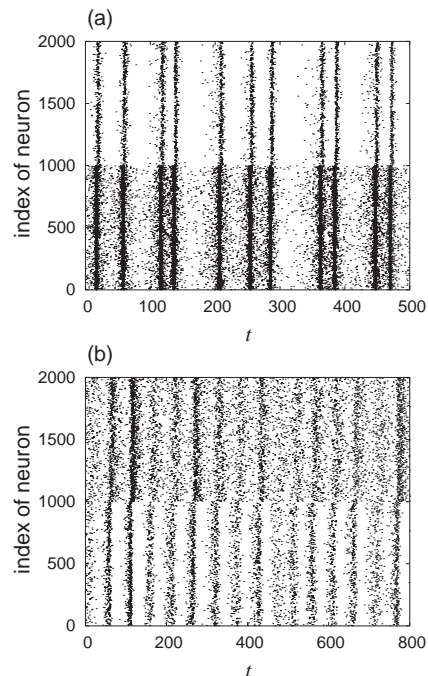


図 1: $N_E = N_I = 1000$ の系に対する発火時刻のラスタプロット。(a) 同期カオス振動. $\tau_E = \tau_I = 1$, $g_{int} = 1$, $g_{ext} = 0.35$, $D = 0.0165$. (b) 弱い同期同期振動. $\tau_E = 1$, $\tau_I = 2$, $g_{int} = 1$, $g_{ext} = 1.5$, $D = 0.027$.

系であるから単独ではカオスは生じえないが、結合系にすることでカオスが生じたことは注意すべきである。

過去の研究で waveform-coupling を採用したのは主に解析の簡便さを重視したためであるが、生体における同期振動との対応を考える上では pulse-coupling や exponential-coupling を考えるのが自然であると考えられる。そこで本研究では pulse-coupling と exponential-coupling による結合系の解析を行い、waveform-coupling による系との比較を行う。解析には、時刻 t , 位相 θ_E, θ_I における素子数密度 $n_E(\theta_E, t) \equiv (1/N_E) \sum \delta(\theta_E^{(i)} - \theta_E)$, $n_I(\theta_I, t) \equiv (1/N_I) \sum \delta(\theta_I^{(i)} - \theta_I)$ に対する連立 Fokker-Planck 方程式

$$\frac{\partial n_E}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_E} \frac{\partial}{\partial \theta_E} (A_E n_E) + \frac{D}{2\tau_E^2} \frac{\partial^2 n_E}{\partial \theta_E^2}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial n_I}{\partial t} = -\frac{1}{\tau_I} \frac{\partial}{\partial \theta_I} (A_I n_I) + \frac{D}{2\tau_I^2} \frac{\partial^2 n_I}{\partial \theta_I^2}, \quad (8)$$

$$A_E(\theta_E, t) = 1 - a \sin \theta_E + I_{EE}(t) - I_{EI}(t), \quad (9)$$

$$A_I(\theta_I, t) = 1 - a \sin \theta_I + I_{IE}(t) - I_{II}(t), \quad (10)$$

を用いる。

2 pulse-coupling

(5) 式の pulse-coupling は、素子集団 Y の $\theta = 3\pi/2$ における確率流 $J_Y(t)$ を用いて $I_{XY}(t) = g_{XY} J_Y(t) + \sigma(t)$ と近似できる。ただし、揺らぎ $\sigma(t)$ は $N_Y \rightarrow \infty$ の極限で 0 へ収束する。その近似で系の分岐図を数値的に求めたのが図 2 である。この分岐図は waveform-

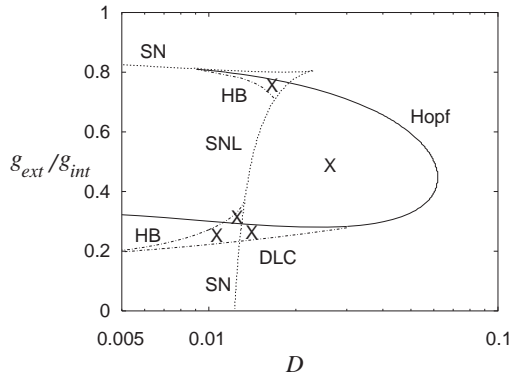


図 2: pulse-coupling による結合系の分岐図。 $\tau_E = \tau_I = 1$, $g_{int} = 3$ とした。“X” が振られている領域に同期振動解が存在する。SN: saddle-node, SNL: saddle-node on limit cycle, DLC: double limit cycle, HB: homoclinic bifurcation.

coupling による系の分岐図 [1] と似ている。ただし、pulse-coupling ではカオスは見られなかった。

3 exponential-coupling

(6) 式の exponential-coupling は、 $I_{XY}(t) = -(I_{XY}(t) - \kappa_Y g_{XY} J_Y(t))/\kappa_Y + \sigma(t)$ と OU 過程で近

似できる。ただし、揺らぎ $\sigma(t)$ は $N_Y \rightarrow \infty$ の極限で 0 へ収束する。その近似で系の分岐図を数値的に求めたのが図 3 である。大まかな構造は waveform-coupling や

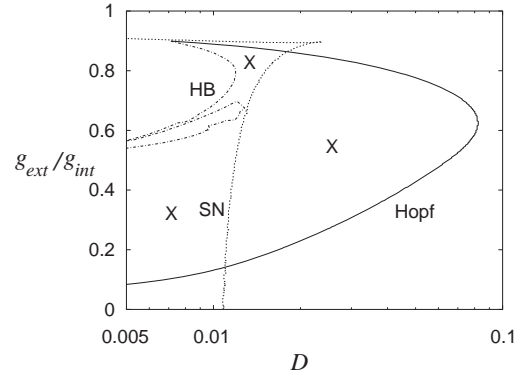


図 3: exponential-coupling による結合系の分岐図。 $\tau_E = \tau_I = \kappa_E = \kappa_I = 1$, $g_{int} = 4$ とした。

pulse-coupling と共通しているが、この場合は振動解に周期倍分岐が起こりカオスが生じるなど、ダイナミクスがより複雑になっている。詳細は講演にて触れる。

4 まとめ

3 種類の結合様式に対する active rotator 結合系の同期振動の解析を行った。ラフに言えば pulse-coupling 系は waveform-coupling 系のダイナミクスに近く、exponential-coupling 系はそれらよりも複雑であるが、これは以下の理由によると思われる。waveform-coupling と pulse-coupling の場合、素子を支配する時間スケールは (τ_E, a) および (τ_I, a) で決まる時間スケールであり、結合によって時間スケールは増えない。しかし、exponential-coupling ではさらにシナプス入力的时间スケール κ_E, κ_I が加わるため、運動が複雑化する。

現実のニューロンのように多くの時間スケールが存在する系では様々な安定解が共存し複雑な分岐を起こしていると考えられるため、それらの解析が重要となるだろう。

本研究の一部は、文部科学省科学研究補助金 (若手研究 B) 課題番号 14780260 の一環として行われた。

参考文献

- [1] Takashi Kanamaru and Masatoshi Sekine, “Analysis of globally connected active rotators with excitatory and inhibitory connections using the Fokker-Planck equation,” Phys. Rev. E, 67, 031916, 2003.
- [2] 金丸隆志, 関根優年, “異なる時定数を持つ興奮性/抑制性集団からなる active rotator 結合系における振動・同期・カオス,” 信学技報, Vol.102, No.729, (NC2002-145), pp.71–76, 2003.