

# 複数モジュールを持つ興奮性／抑制性パルスニューラルネットワークの 位相応答関数を用いた同期解析

## Analysis of synchronization between two modules of pulse neural networks with excitatory and inhibitory connections

金丸 隆志 (PY), 関根 優年

Takashi Kanamaru(PY) and Masatoshi Sekine

東京農工大学 工学部

kanamaru [at] sekine-lab.ei.tuat.ac.jp

**Abstract**— Synchronization between two modules of pulse neural networks with excitatory and inhibitory connections is analyzed using the phase response function. It is found that the excitatory-to-excitatory connections stabilize the anti-phase synchronization, and the excitatory-to-inhibitory connections stabilize the perfect synchronization. Moreover, it is found that the inter-module synchronization can easily be achieved for the weakly synchronized periodic firings.

**Keywords**— class1 neuron, canonical model, synchronization, oscillation, phase response function

興奮性集団と抑制性集団が結合したパルスニューラルネットワークの振動・同期現象を考える。過去の研究で、このネットワーク 1 モジュールにおいて様々な同期パターンが見られることが明らかになった [1]。本研究ではそのようなネットワークが 2 モジュール結合した際の同期現象を解析する。その際、1 モジュール系にカオスが存在する場合はカオス同期とブローアウト分岐が見られることが明らかになった [2]。一方、1 モジュール系が周期解を持つ場合、この系は 2 つのリミットサイクルが結合した系と考えられるため、結合が十分弱いという条件で、位相応答関数 [3] によって解析できる。

ここで、興奮性パルスニューロン  $N_E$  個、抑制性パルスニューロン  $N_I$  個の結合系を「1 モジュール」とし、2 モジュールの結合系を考えよう。

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{E_k}^{(i)} &= (1 - \cos \theta_{E_k}^{(i)}) + (1 + \cos \theta_{E_k}^{(i)}) \\ &\quad \times (r_{E_k} + \xi_{E_k}^{(i)}(t) + I_{E_k E_k}(t) - I_{E_k I_k}(t) \\ &\quad + I_{E_k E_l}(t) - I_{E_k I_l}(t)), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{I_k}^{(i)} &= (1 - \cos \theta_{I_k}^{(i)}) + (1 + \cos \theta_{I_k}^{(i)}) \\ &\quad \times (r_{I_k} + \xi_{I_k}^{(i)}(t) + I_{I_k E_k}(t) - I_{I_k I_k}(t), \\ &\quad + I_{I_k E_l}(t) - I_{I_k I_l}(t)), \end{aligned} \quad (2)$$

$$I_{XY}(t) = \frac{g_{XY}}{2N_Y} \sum_{j=1}^{N_Y} \sum_k \delta(t - t_{Y_k}^{(j)}), \quad (3)$$

$$\langle \xi_X^{(i)}(t) \xi_Y^{(j)}(t') \rangle = D \delta_{XY} \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad (4)$$

ただし、 $l \equiv |k - 1|$  であり、モジュールの添字  $k$  は  $k = 0, 1$  であるとする。モデルとしては、class 1 ニューロン結合系の canonical model [4] にノイズを加えたものを用いた。また、素子はノイズがなければ発火が起こらない excitable な条件下にあるとする。同一モジュール内の結合強度は  $g_{E_k E_k} = g_{I_k I_k} = g_{int}$ ,  $g_{E_k I_k} = g_{I_k E_k} = g_{ext}$  とし、異なるモジュール間の結合は  $g_{X_k Y_l} \equiv \epsilon_{XY} \ll 1 (k \neq l)$  のように対称とする。この結合系の模式図を図 1 に示した。E, I はそれぞれ興奮性集団、抑制性集団を表す。いま、 $g_{ext}$  と  $g_{int}$  による同一モジュール内の

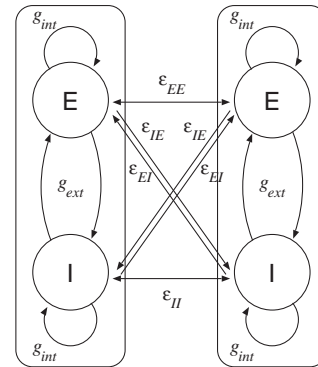


図 1: 2 モジュール系の模式図。

結合は、視覚皮質のコラム内結合のような結合を、そして、 $\epsilon_{XY} \ll 1$  による異なるモジュール間の結合は、異なるコラム間の結合を想定している。そして、文献 [1] のように、1 モジュールごとに見られる同期周期解が、微小モジュール間結合によって同期できるかどうかを考える。コラム間結合は興奮性の pyramidal cell から延びていると考えられるため、 $\epsilon_{EI} = \epsilon_{II} = 0$  とする。

今、素子数  $N_{E_k}, N_{I_k} \rightarrow \infty$  の極限を考える。モジュール間結合が存在しなければ、各モジュールの確率分布は Fokker-Planck 方程式に従う。そして、その確率分布を Fourier 級数展開した係数は  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$  の形の常微分方程式に従う。それぞれの 1 モジュール系が同期振動しているとき、この常微分方程式はリミットサイクル  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0(t)$  上を振動していることになる。すなわち、こ

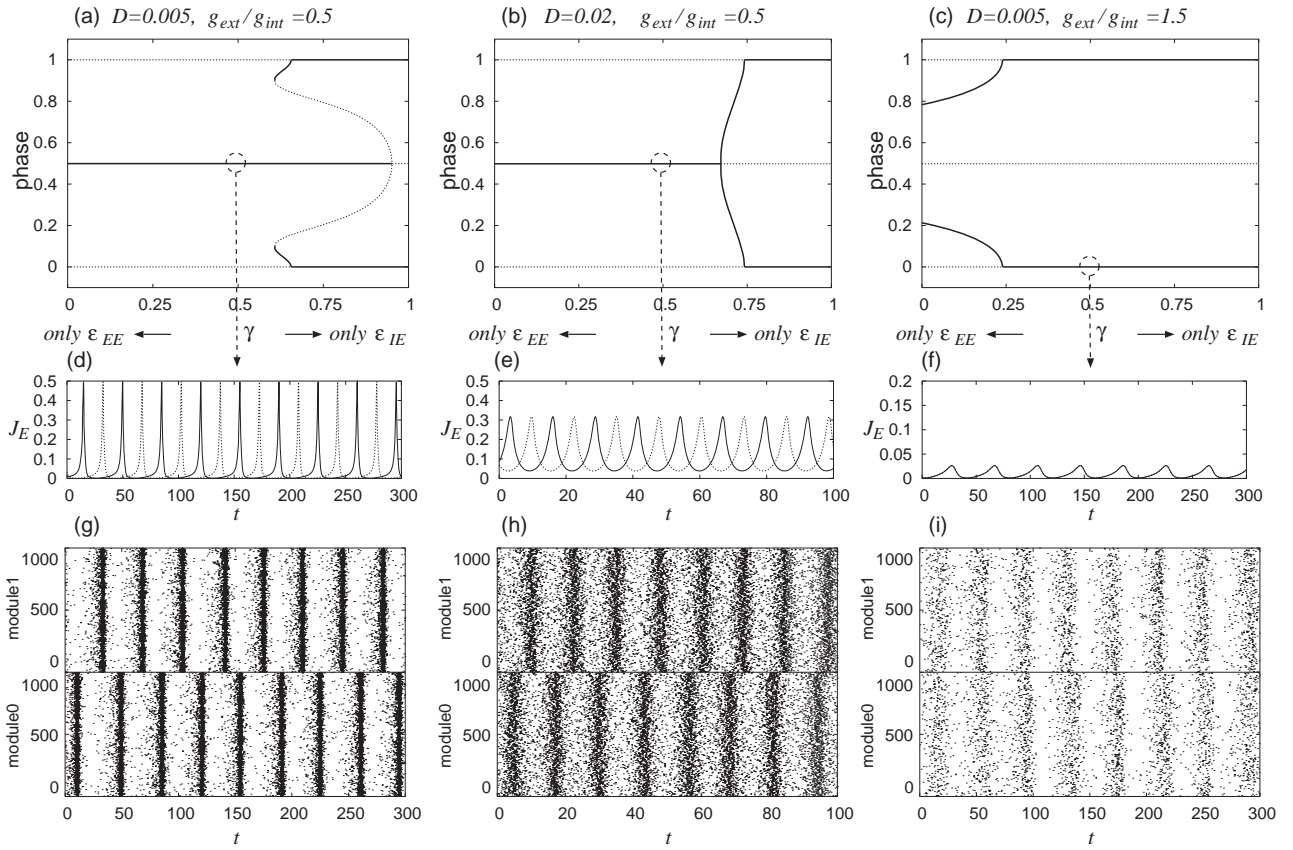


図 2: (a), (b), (c) 2 モジュール系における位相差の平衡状態. 位相は  $[0,1]$  の値をとるように規格化してある. 実線は安定な位相差, 破線は不安定な位相差をあらわす. (d), (e), (f) 対応する  $J_E$  (発火率) の時系列. 実線はモジュール 0, 破線はモジュール 1 を表す. (g), (h), (i) 対応する  $N_E = N_I = 1000$  の結合系の発火ラスタプロット. 各モジュールの興奮性素子のみ表示した. (d), (g)  $\epsilon_{IE}/\epsilon_{EE} = 2$ ,  $\epsilon_{EE} = 0.02$ , (e), (f), (h), (i)  $\epsilon_{IE}/\epsilon_{EE} = 1$ ,  $\epsilon_{EE} = 0.025$ . 他のパラメータは  $r_E = -0.025$ ,  $r_I = -0.05$ .

ここにモジュール間結合  $\epsilon_{XY}$  を導入することは, 二つのリミットサイクルを弱い結合で結合することに対応し, そのような系は位相応答関数 [3] によって解析することができる.

このとき,  $\epsilon_{EE}$  と  $\epsilon_{IE}$  の比に対する 2 モジュール系の位相差の平衡状態を図示したのが図 2 である. まず, 1 モジュールの同期周期解として 3 種類を選んだ. すなわち, (a), (d), (g) 強い同期解, (b), (e), (h) 同期が弱く発火頻度が高い解, (c), (f), (i) 同期が弱く発火頻度の弱い解, である. いずれの場合においても, 興奮性→興奮性結合 ( $\epsilon_{EE}$ ) がある場合は anti-phase な同期が安定な傾向があり, 興奮性→抑制性結合 ( $\epsilon_{IE}$ ) が加わることによって同相同期が安定となる傾向がある. ただし, 1 モジュール内の同期が強い場合 (図 2(a)), 興奮性→抑制性結合が加わっても広い範囲で anti-phase な同期が安定なまま残るため, モジュール間同期は実現しにくい. 一方, 1 モジュール内の同期が弱い場合 (図 2(c)), 広い領域で同相同期が安定であり, モジュール間同期が実現しやすいことがわかる.

本研究の一部は, 文部科学省科学研究補助金 (若手研究 B) 課題番号 14780260 の一環として行われた.

#### 参考文献

- [1] T. Kanamaru and M. Sekine (2004) IEEE Transactions on Neural Networks, vol.15, issue 5, pp.1009-1017.
- [2] 金丸隆志, 関根優年 (2004) 電子情報通信学会研究技術報告 Vol.104, No.293, (CAS2004-40, NLP2004-52), pp.73-78.
- [3] M. Nomura, T. Fukai, and T. Aoyagi (2003) "Synchrony of fast-spiking interneurons interconnected by GABAergic and electrical synapses." Neural Computation, **15**: 2179-2198.
- [4] E.M. Izhikevich (1999) "Class 1 neural excitability, conventional synapses, weakly connected networks, and mathematical foundations of pulse-coupled models." IEEE Transactions on Neural Networks, **10** 499-507.