

フーリエ変換演習 演習問題 (9) フーリエ変換最終回 (補足編)

担当: 金丸隆志

学籍番号:

氏名:

前回の演習において、 $t \geq 0$ における指数関数のフーリエ変換 $G(f)$ を計算してもらい、その絶対値 $|G(f)|$ (振幅スペクトル) を計算してもらった。一般に、 $|G(f)|$ はどのように解釈したらよいか、いくつかの例を用いて紹介しよう。まず、信号にある程度周期性がある場合の例を3つ紹介する。

[補足 1] フーリエ変換の理解 (周期性を持つ信号)

図 1 は男性による「あ」という音声の場合である。

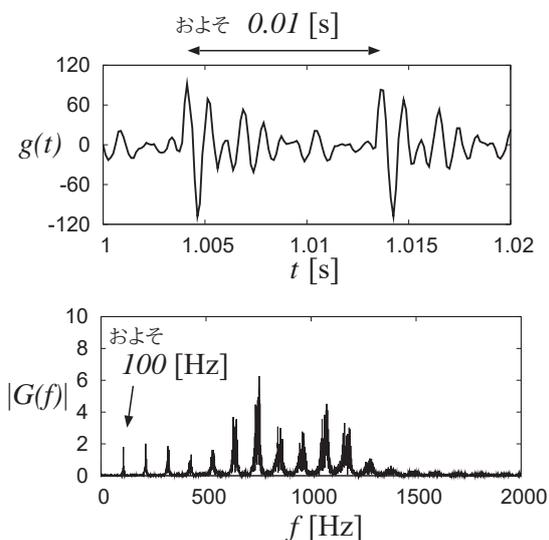


図 1: 信号 $g(t)$ とその振幅スペクトル。男声の「あ」の場合 (教科書 CD-ROM に収録)。

$g(t)$ の波形をみればわかるように、この信号には周期およそ 0.01 [秒] の周期性がある。その振幅スペクトル $|G(f)|$ を見ると、およそ 100 [Hz] のところに鋭い山 (ピーク) があり、100 [Hz] 周波数の振動成分が強く含まれることがわかる。もちろん、100 [Hz] $\approx 1/0.01$ であることはわかるであろう。この 100 [Hz] のことをピッチ周波数という (声のピッチ)。なお、100 [Hz] の整数倍の周波数位置にもピークが現れるのが、周期性のある信号に対する振幅スペクトルの特徴である。なお、このピークは 700 [Hz] の箇所と 1000 [Hz] の箇所が強まっているが、この強さの配分が「あ」という音声と認識される決め手になっている (フォルマント周波数)。

一方、図 2 は女性による「あ」の音声波形を表して

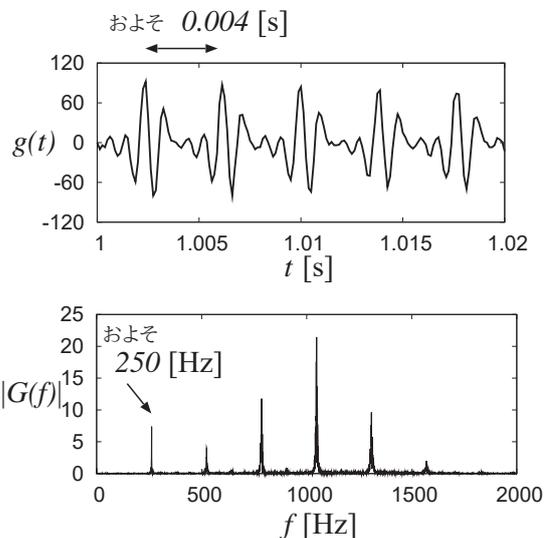


図 2: 信号 $g(t)$ とその振幅スペクトル。女声の「あ」の場合 (教科書 CD-ROM には収録されていません)。

いる。周期はおよそ 0.004 [秒]、ピッチ周波数は 250 [Hz] であり、同じ「あ」であっても、男性と女性とでは大きく異なることがわかる。これは、この例では女性の声の方が高いことを表しており、「声が高い」とは「ピッチ周波数が大きい」ことに対応している。

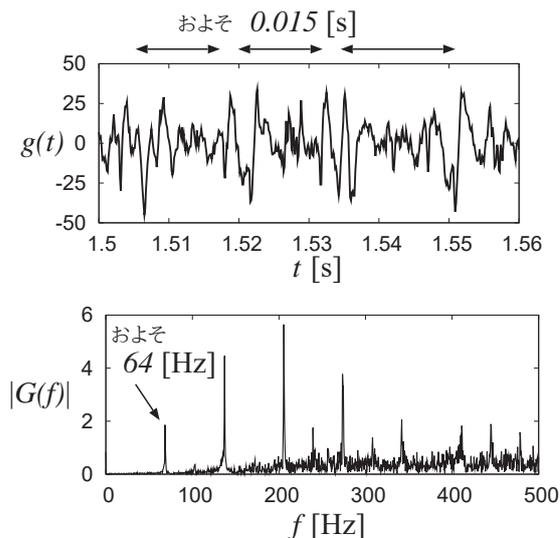


図 3: 信号 $g(t)$ とその振幅スペクトル。エンジンを吹かせた音の場合 (教科書 CD-ROM に収録)。

周期性のある信号の最後の例は図3の軽めに吹かせた時のエンジン音である。この場合、発声波形に比べると信号 $g(t)$ の周期性は読みとりにくいですが、おおよその周期 0.015 [秒] がありそうなことは読みとれるだろうか。この信号の振幅スペクトル $|G(f)|$ を見ると、64 [Hz] のところに綺麗なピークが現れる。つまり、 $g(t)$ では周期性は読みとりにくいものの、 $|G(f)|$ には周期性がはっきりと現れるということである。これはこのエンジンの回転数に対応した周波数である。

[補足 2] フーリエ変換の理解 (非周期信号)

[補足 1] で見たように、周期性をもつ信号のスペクトルはある周波数とその整数倍の位置に鋭いピークが現れるという特徴があった。それでは、周期性がない信号の場合はどうであろうか。

まず、図4は前回計算してもらった「 $t \geq 0$ のみの指数関数とその振幅スペクトル $|G(f)|$ 」である。周期性をもたない非周期関数であるので、鋭いピークは存在しないことがわかる。スペクトル成分は、低い周波数成分 (低周波成分：ゆっくり変動する成分) が多く、高い周波数成分 (高周波成分：速く変動する成分) は徐々に減ってゆくことがわかる。この「高周波成分の減り方」を頭に留めつつ、次の例を見よう。

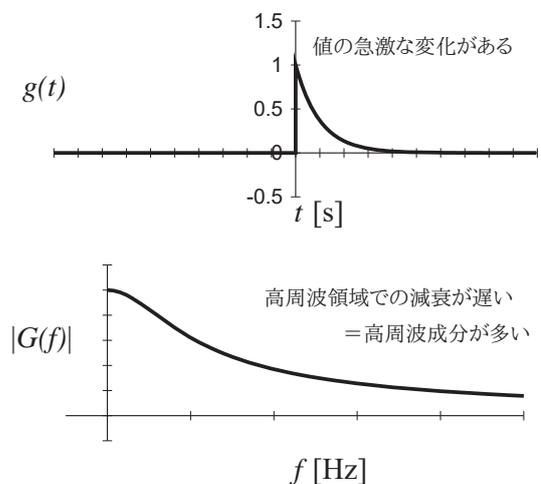


図 4: $t \geq 0$ のみの指数関数とその振幅スペクトル $|G(f)|$ 。

図5は今回計算してもらおう「縦軸に対称な指数関数とその振幅スペクトル $|G(f)|$ 」である。スペクトルの概形は図4に近いが、高周波成分の減衰の速さが、こちらの方が速い (= 高周波成分が少ない) ことがわかる。

この違いは、両信号 $g(t)$ の $t = 0$ における値の変化の仕方による。図4の $g(t)$ は、 $t = 0$ において値に急激な変化がある。このように値に急激な変化があると、高周波成分 (速く変動する成分) が大きくなる。これが、図4の $|G(f)|$ の方が大きな高周波成分を持つ理由である。

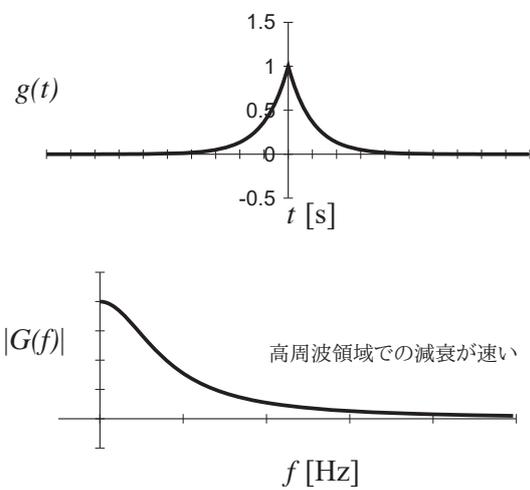


図 5: 縦軸に対称な指数関数とその振幅スペクトル $|G(f)|$ 。