

フーリエ変換演習 演習問題 (6) 複素フーリエ級数展開 (問題編)

担当: 金丸隆志

学籍番号:

氏名:

[問題 1] 矩形波の複素フーリエ級数展開

図 1 の矩形波は、 $0 \leq t < T/2$  で  $g(t) = 1$ 、 $T/2 \leq t < T$  で  $g(t) = -1$  と書ける関数である。

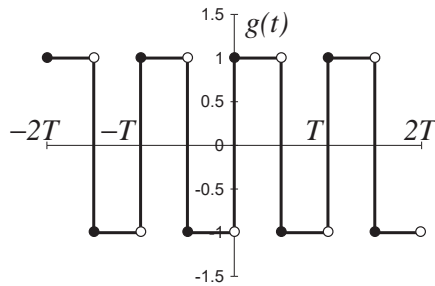


図 1: 周期  $T$  の矩形波

[補足 1] (2) 式の定義に基づき、矩形波の複素フーリエ係数  $c_n$  を計算せよ。

計算の過程において、[補足 2]、[補足 3]、演習問題 (4) [問題 5] などが関連する。

[問題 2]  $c_n$  と  $a_n$ 、 $b_n$  の関係

複素フーリエ係数  $c_n$  からフーリエ係数  $a_n$ 、 $b_n$  を導くことができる。すなわち、フーリエ級数展開と複素フーリエ級数展開は数学的に等価ということである。

[補足 4] (3) 式を用いて、[問題 1] で求めた  $c_n$  から  $a_n$ 、 $b_n$  を計算せよ。そして、その結果が演習問題 (2) で求めた  $a_n$  と  $b_n$  とに等しいことを確認せよ。

[問題 3] 複素フーリエ係数  $c_n$  の理解

[補足 5] の解説の通り、複素フーリエ係数  $c_n$  は周期  $T/n$  である振動  $e^{i2\pi nt/T}$  がどの程度信号  $g(t)$  に含まれているかを表すと考えれば良い。[問題 1] で求めた矩形波の複素フーリエ係数  $c_n$  に対して以下の問に答えよ。

(a)  $|c_n|$  を計算せよ

(b)  $|c_n|$  を  $n$  ( $-\infty < n < \infty$ ) に関する棒グラフとして表せ。